

АҢДАТПА

Зерттеу тақырыбы: Бөлшек-дифференциалдық фильтрация теңдеулері үшін бастапқы-шекаралық есептерді шешудің ақырлы элементті әдістері.

Зерттеудің мақсаты: уақыт бойынша бөлшек туындылары бар жарықшалы кеуекті ортада бастапқы-шекаралық фильтрация есептерін шешудің ақырлы элементті әдістерін құру және теориялық зерттеу.

Зерттеу міндеттері.

– Уақыт бойынша туындылардың ақырлы айырымды жуықтауына және кеңістіктік бағытта ақырлы элементтер әдісін қолдануға негізделген жарықшалы кеуекті ортада фильтрация есептерін жуықтап шешуге арналған дискретті сұлбаларды құру.

– Өтпелі фильтрация заңымен берілген екі өлшемді фильтрация есебін жуықтап шешуге арналған жоғары ретті дискретті сұлбаларды құру.

– Жарықшалы кеуекті ортада екі континуумның болуын болжай отырып, екі өлшемді фильтрация есебін жуықтап шешуге арналған жоғары ретті дискретті сұлбаларды құру.

– Қарастырылып отырған фильтрация есептерінің дифференциалды түрінде шешімінің жалғыздығын және оның кіру мәліметтерінен үзіліссіз тәуелділігін зерттеу.

– Ұсынылған дискретті сұлбалардың теңдеудің бастапқы мәліметтері мен оң жағына қатысты орнықтылығын зерттеу.

– Априорлық бағалау әдісімен ұсынылған дискретті сұлбалардың жинақтылығын зерттеу және жинақталу ретінің бөлшек туындылар ретінен тәуелділігін анықтау.

– Есептеу тәжірибелерінің негізінде жарықшалы кеуекті ортадағы сұйықтық ағынын болжауға ұсынылған дискретті сұлбаларды апробациялау және жинақталу ретін верификациялау.

Зерттеу әдістері. Диссертациялық жұмыстың нәтижелерін алуда ақырлы элементтер әдістері, априорлық бағалау әдісі, функционалды талдау әдістері, есептеу тәжірибелері әдісі қолданылды.

Қорғауға ұсынылатын негізгі ережелер (дәлелденген ғылыми гипотезалар және жаңа білім болып табылатын басқа да тұжырымдар).

1) Жарықшалы кеуекті ортада бөлшек-дифференциалды фильтрация есептерін сандық түрде шешуге арналған орнықты ақырлы элементті сұлбалар құрылды. Шешімнің жалғыздығы және оның кіру мәліметтерінен үзіліссіз тәуелділігі, ақырлы элементті сұлбалардың жинақтылығы дәлелденді.

2) Өтпелі фильтрация заңымен берілген сызықты емес бөлшек-дифференциалды фильтрация есебін сандық түрде шешуге арналған жоғары ретті орнықты ақырлы элементті сұлбалар құрылды. Шешімнің жалғыздығы және оның кіру мәліметтерінен үзіліссіз тәуелділігі, ақырлы элементті сұлбалардың жинақтылығы, итерациялық үрдістің жинақтылығы дәлелденді және оның квадраттық жинақтылығының жеткілікті шарттары алынды.

3) Жарықшалы кеуекті ортада екі континуумның болуын болжай отырып, бөлшек-дифференциалды фильтрация есебін сандық түрде шешуге арналған жоғары ретті орнықты ақырлы элементті сұлбалар құрылды. Шешімнің жалғыздығы және оның кіру мәліметтерінен үзіліссіз тәуелділігі, ақырлы элементті сұлбалардың жинақтылығы дәлелденді.

Зерттеудің негізгі нәтижелерінің сипаттамасы.

1. Жарықшалары көлем бойынша орта есеппен алғанда біркелкі орналасқан деген болжаммен жарықшалы кеуекті ортада бөлшек-дифференциалды фильтрация теңдеуі үшін қойылған бастапқы-шекаралық есеп қарастырылды. Бөлшек туындылардың ретіне байланысты есептің төрт дербес жағдайы қарастырылды. Шешімнің жалғыздығы және оның кіру мәліметтерінен үзіліссіз тәуелділігі дәлелденді. Есепті шешудің ақырлы элементті әдістері құрылды. Априорлық бағалау әдісімен олардың бастапқы шарттары мен оң жағы бойынша орнықтылығы, жуық шешімнің бастапқы дифференциалдық есептің шешіміне жинақтылығы қатаң дәлелденді, құрылған есептеу сұлбаларының жинақталу реті анықталды. Сұлбалардың жинақтылығының теориялық ретін растау үшін көптеген есептеу тәжірибелері жүргізілді. Ұсынылған есептеу әдістерінің бірі жарықшалы кеуекті ортадағы фильтрация үрдісін зерттеуге қолданылды. Есептеу тәжірибелерінің нәтижелерінен кеуекті орта ағын үрдісіне тежегіш әсер етеді, ал бөлшек туындылардың реті жадтың ағынға әсер ету дәрежесін анықтайды деген қорытынды жасалды.

2. Өтпелі (стационарлық емес) режимді сипаттайтын сызықтық емес бөлшек-дифференциалды фильтрация теңдеуі үшін бастапқы-шекаралық есеп қарастырылды. Шешімінің жалғыздығы және оның кіру мәліметтерінен үзіліссіз тәуелділігі дәлелденді. Есепті шешу үшін уақыт бойынша туындылардың жоғары ретті ақырлы айырымды жуықтауды және кеңістіктік бағытта ақырлы элементтер әдісін қолдануға негізделген Ньютонның итерациялық әдісі құрылды. Априорлық бағалау әдісімен оның бастапқы шарттары мен оң жағына қатысты орнықтылығы, жуық шешімнің бастапқы дифференциалдық есептің шешіміне жинақтылығы қатаң дәлелденді, құрылған есептеу сұлбаларының жинақталу реті анықталды. Ньютонның итерациялық әдісінің жинақтылығы дәлелденді, оның квадраттық жинақтылығының жеткілікті шарттары анықталды. Ұсынылған сұлбалардың жинақтылығының теориялық ретін растау үшін есептеу тәжірибелері жүргізілді.

3. Жарықшалы кеуекті ортада екі континуумның (жарықшалар жүйесі мен матрицаның) болуын болжай отырып, кеңістіктік айнымалы бойынша төртінші ретті бөлшек-дифференциалды фильтрация теңдеуі үшін қойылған бастапқы-шекаралық есеп қарастырылды. Шешімінің жалғыздығы және оның кіру мәліметтерінен үзіліссіз тәуелділігі дәлелденді. Есепті шешудің жоғары ретті ақырлы элементті әдісі құрылды. Априорлық бағалау әдісімен олардың бастапқы шарттары мен оң жағы бойынша орнықтылығы, жуық шешімнің бастапқы дифференциалдық есептің шешіміне жинақтылығы қатаң дәлелденді, құрылған есептеу сұлбаларының жинақталу реті анықталды. Ұсынылған сұлбалардың жинақтылығының теориялық ретін растау үшін есептеу тәжірибелері жүргізілді.

Алынған нәтижелердің жаңалығы мен маңыздылығының негіздемесі:

Бірінші нәтиже жаңа болып табылады, өйткені жарықшалар көлем бойынша орта есеппен алғанда біркелкі орналасқан деген болжаммен жарықшалы кеуекті ортада бөлшек дифференциалды фильтрация есебін шешуге арналған сандық сұлбалар алғаш рет ұсынылды және теориялық тұрғыдан зерттелді. Сұлбалардың жинақтылығының теориялық реттері көптеген есептеу тәжірибелерімен расталады. Есептеу тәжірибелерінің нәтижелерінен қарастырылып отырған модель жарықшалы кеуекті ортадағы сұйықтық ағыны үрдісінің сипаттамалық ерекшеліктерін жаңғыртады деген қорытынды жасалды.

Екінші нәтиже жаңа болып табылады, өйткені өтпелі (стационарлық емес) режимді сипаттайтын сызықтық емес бөлшек-дифференциалды фильтрация есебін шешуге арналған уақыт бойынша туындылардың жоғары ретті ақырлы айырымды жуықтауын және кеңістіктік бағытта ақырлы элементтер әдісін қолдануға негізделген

Ньютона итерациялық әдісі алғаш рет ұсынылды және теориялық тұрғыдан зерттелді.

Үшінші нәтиже жаңа болып табылады, өйткені жарықшалы кеуекті ортада екі континуумның (жарықшалар жүйесі мен матрицаның) болуын болжай отырып, кеңістіктік айнымалы бойынша төртінші ретті бөлшек-дифференциалды фильтрация есебін шешу үшін жоғары ретті сандық сұлбалар алғаш рет ұсынылды және теориялық тұрғыдан зерттелді.

Ғылымның даму бағыттарына немесе мемлекеттік бағдарламаларға сәйкестігі:

«Әділетті мемлекет. Біртұтас ұлт. Берекелі қоғам» Мемлекет басшысы Қасым-Жомарт Тоқаевтың Қазақстан халқына жолдауы (2022 жыл 1 қыркүйек), Ақпараттық-коммуникациялық технологиялар саласын және цифрлық саланы дамыту тұжырымдамасы (2021 жыл 30 желтоқсан, №961), Қазақстан Республикасының 2025 жылға дейінгі Ұлттық даму жоспары (2021 жыл 26 ақпан, №521)

Докторанттың әрбір басылымды дайындауға қосқан үлесінің сипаттамасы:

Диссертация тақырыбы бойынша 27 ғылыми жұмыс жарияланды: 3 – Scopus және Web of Science базаларына енген шетелдік басылымдарда, ҚР ҒЖБМ ҒЖБССҚК бекіткен ғылыми басылымдарда 7 мақала, Халықаралық конференция материалдарында 14 жарияланым, 1 оқу құралы, фильтрация есептерін ақырлы элементтер әдісімен шешу бойынша есептеу тәжірибелерін жүргізу үшін ЭЕМ-ге арналған бағдарламаларға 2 авторлық куәлік. Барлық жарияланымдар зерттеу барысында дайындалды.

1. Convergence analysis of a numerical method for a fractional model of fluid flow in fractured porous media // Mathematics. — 2021. — Vol. 9, No. 2179. — P. 1–24. (Co-authors: Baigereyev D., Berdyshev A., Madiyarov M., 80%) <https://www.mdpi.com/2227-7390/9/18/2179>. Мақалада докторант жарықшалы кеуекті ортадағы бөлшек дифференциалды фильтрация теңдеуі үшін есепті шешудің сандық әдістерін құрастырды және зерттеді.

2. A priori estimates for the solution of an initial boundary value problem of fluid flow through fractured porous media // Axioms. — 2022. — Vol. 8, No. 408. — P. 1–20. (Co-authors: Berdyshev A., Baigereyev D., 90%) <https://www.mdpi.com/2075-1680/11/8/408>. Мақалада докторант Капуто мағынасындағы реті (1, 2) бөлшек туындыларымен бірнеше мүшесі бар сызықты емес теңдеуді қамтитын фильтрация моделі үшін сандық сұлбаны құрастырды және зерттеді.

3. Galerkin approximations for an initial boundary problem of transient flow in fractured porous media // Lobachevskii Journal of Mathematics. – 2022. – Vol. 43, № 11. – P. 3048–3056. (Co-authors: Baigereyev D., Berdyshev A., 80%) <https://link.springer.com/article/10.1134/S1995080222140049> Жұмыста жарықшалы кеуекті ортада екі континуумның, жарықшалар жүйесі мен матрицаның, болуын болжай отырып, кеңістіктік айнымалы бойынша төртінші ретті бөлшек-дифференциалды фильтрация есебін шешу жуықтау есебін шешудің теориялық бағалары алынды.

4. Численное решение дифференциального уравнения дробного порядка // Вестник КазНПУ. Физико-математические науки. — 2019. — No. 4 (68). — P. 18–25. (Соавторы: Бердышев А. С., Байгереев Д. Р., 80%) <https://bulletin-phmath.kaznpu.kz/index.php/ped/issue/view/7/5> Бұл жұмыста докторант бөлшек ретті дербес туындылы теңдеу үшін Дирихле есебін сандық шешу әдісін құрастырды және зерттеді.

5. Исследование численного метода решения краевой задачи для дифференциального уравнения с дробной производной по времени // Известия Алтайского государственного университета. — 2020. — Vol. 114, No. 4. — P. 64–69. (Соавторы: Байгереев Д. Р., Мадияров М. Н., 80%) <http://izvestiya.asu.ru/article/view/%282020%294-10>. Бұл зерттеуде докторант Капуто-Фабрицио мағынасында уақыт бойынша бөлшек туындысы бар теңдеуді шешудің сандық әдісін құрастырды және зерттеді.

6. Study of the initial boundary value problem for a two-dimensional convection-diffusion

equation with a fractional time derivative in the sense of Caputo-Fabrizio // Вестник КазНУ. Серия математика, механика, информатика. — 2021. — No. 2 (110). — P. 113–127. (Co-author: Oskorbin N. M., 95%) <https://bm.kaznu.kz/index.php/kaznu/article/view/937>. Жұмыста докторант Капуто-Фабрицио мағынасында уақыт бойынша бөлшек ретті туындысы бар дифференциалдық теңдеу үшін бастапқы-шекаралық есепті шешудің сандық әдісі зерттеді.

7. Numerical implementation of a nonlinear model of fluid flow in a highly fractured medium by the finite element method // Вестник НИА РК. — 2021. — No. 3 (81). — P. 8–17. (100%) <https://journal.neark.kz/chislennaya-realizacziya-nelinejnoj-modeli-filtraczii-v-silno-treshhinovatoj-srede-metodom-konechnyh-elementov/>. Жұмыста докторант жоғары кеуекті жарықшалы қабаттардағы сызықтық емес фильтрация есебін шешудің итерациялық әдісін зерттеу нәтижелері келтірді.

8. Analysis of the numerical solution of the three-phase nonisothermal fluid flow problem // Вестник НИА РК. — 2022. — No. 2 (84). — P. 145–155. (Co-author: Baigereyev D. R., 90%) <https://journal.neark.kz/analiz-chislennogo-resheniya-zadachi-trehfaznoj-neizotermicheskoj-filtraczii/>. Докторант капиллярлық күштерді ескере отырып үш фазалы изотермиялық емес фильтрация есебін шешудің сандық әдісін құрды және оның орнықтылығы мен жинақтылығын зерттеді.

9. Error estimates of the numerical method for the filtration problem with Caputo-Fabrizio fractional derivatives // Вестник КазНУ. Серия математика, механика, информатика. — 2022. — No. 2 (114). — P. 101–116. (Co-authors: Baigereyev D. R., Oskorbin N. M., 90%) <https://bm.kaznu.kz/index.php/kaznu/article/view/998>. В статье докторантом предложен численный метод решения задачи фильтрации с дробными производными Капуто-Фабрицио и теоретически исследован порядок его сходимости. Мақалада докторант Капуто-Фабриционның бөлшек туындыларымен фильтрация есебін шешудің сандық әдісін ұсынды және оның жинақталу ретін теориялық тұрғыдан зерттеді.

10. Finite element method for solving a fractional flow model in porous media // Вестник КазНПУ. Серия Физико-математические науки. — 2022. — No. 1 (77). — P. 7–14. (Co-authors: Baigereyev D., Berdyshev A., 90%) <https://bulletin-phmath.kaznpu.kz/index.php/ped/article/view/597>. Жұмыста докторант Капуто мағынасында уақыт бойынша бөлшек туындылары бар жарықшалы кеуекті ортадағы тұтқыр серпімді сұйықтықты фильтрациялау теңдеуін қарастырды.

11. Study of initial boundary value problem for two-dimensional differential equation with fractional time derivative in the sense of Caputo // Third International Conference on Material Science, Smart Structures and Applications: (ICMSS 2020). — 2021. — P. 1–6. (Co-authors: Berdyshev A. S., Baigereyev D. R., 80%).

12. Parallel Implementation of the Algorithm for Solving a Partial Differential Equation with a Fractional Derivative in the Sense of Riemann-Liouville // 2021 IEEE International Conference on Smart Information Systems and Technologies (SIST). — 2021. — P. 1–6. (Co-authors: Berdyshev A. S., Baigereyev D. R., 80%).

13. Моделирование процесса загрязнения воздушного бассейна промышленного города // Ломоносовские чтения на Алтае: фундаментальные проблемы науки и техники: сб. науч. ст. междунар. конф. — 2018. — P. 620–623. (Соавторы: Мадияров М. Н., Ергалиев Е. К., 80%)

14. Моделирование процессов на основе уравнений с частными производными дробного порядка // Математики - Алтайскому краю: Сборник трудов всероссийской конференции по математике с международным участием (МАК-2019). — 2019. — P. 234–237. (Соавторы: Бердышев А. С., Мадияров М. Н., 80%).

15. Об одном методе численного решения дифференциального уравнения дробного порядка // Сб. матер. Межд. науч.-практ. конф. “Ұлы дала ұстазы”. — 2020. — P. 292–296. (Соавтор: Байгереев Д. Р., 80%).

16. Численное решение уравнений диффузии-конвекции с дробной производной по времени // Творчество молодых – инновационному развитию Казахстана: Материалы VI Междунар. науч.-техн. конф. — 2020. — Р. 36–39. (Соавторы: Байгереев Д. Р., Ергалиев Е. К., 80%).

17. Построение методов решения задачи фильтрации в сильнопористых трещиноватых пластах // Математики - Алтайскому краю: Сборник трудов всероссийской конференции по математике с международным участием (МАК-2020). — 2020. — Р. 3–7. (Соавторы: Байгереев Д. Р., Ергалиев Е. К., 80%).

18. Finite element method for solving a fractional flow model in porous media // Совместный выпуск журналов “Вестник НИА РК” и “Вычислительные технологии” по материалам международной конференции «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании» (CITECH-2020). — 2020. — No. 3 (1). — Р. 48–53. (Co-authors: Baigereyev D., Yergaliyev Ye., 80%).

19. Численное решение уравнения колебания-диффузии с дробной производной Капуто // Математики - Алтайскому краю: Сборник трудов всероссийской конференции по математике с международным участием (МАК-2021). — 2021. — Р. 76–80. (Соавторы: Байгереев Д. Р., Салыков Р. М., 80%).

20. Конечно-элементный метод решения задачи трехфазной неизотермической фильтрации сжимаемой жидкости с учетом фазовых переходов // Математики – Алтайскому краю: Сборник трудов всероссийской конференции по математике с международным участием (МАК-2022). — 2022. — Р. 211–215. (Соавтор: Байгереев Д. Р., 80%).

21. Numerical methods for fractional models of fluid flow in fractured porous media // Abstract of the Uzbekistan-Malaysia International Conference “Computational Models and Technologies (CMT2022)”. — 2022. — Р. 24–25. (Co-authors: Baigereyev D., Berdyshev A., 80%).

22. Parallel implementation of the algorithm for solving the problem of fluid flow in fractured porous media // Abstract of the Uzbekistan-Malaysia International Conference “Computational Models and Technologies (CMT2022)”. — 2022. — Р. 23–24. (Co-author: Baigereyev D., 80%).

23. Theoretical estimation of parallel algorithms for problems of multiphase flow in porous media // Abstract book of the International Conference «Computational and Information Technologies in Science, Engineering and Education (CITech-2022)». — Almaty, 2022. — Р. 10. (Co-authors: Baigereyev D.R., Baishemirov Z.D., 80%).

24. О дробно-дифференциальных моделях фильтрации и основных подходах к построению проекционных методов их реализации // Сб. Матер. Междун. науч.- практ. конф. “Увалиевские чтения-2022” “Актуальные проблемы науки и образования в условиях современных вызовов”. — 2022. — Р. 17–22. (Соавторы: Байгереев Д. Р., Бердышев А. С., 90%).

25. Фильтрация есептерін шешудің ақырлы элементті әдістері: оқу құралы. — Өскемен: С. Аманжолов атындағы ШҚУ «Берел» баспасы, 2022. — Р. 109. (Соавтор: Байгереев Д. Р., 70%).

26. Программный пакет для параллельной реализации дробно-дифференциальной модели фильтрации на графических процессорах (программа для ЭВМ). — 2022. (Соавторы: Байгереев Д. Р., Ергалиев Е. К., Омариева Д. А., Боранбек К. 70%).

27. Программный комплекс для проведения вычислительных экспериментов по решению задач фильтрации методом конечных элементов (программа для ЭВМ). — 2022. (Соавтор: Байгереев Д. Р., 70%).